МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Плевен, 1 май 2010 г.
Решения на темата за 8 клас

Задача 1. Метро.

а) Средната скорост на движение на мотрисите между първата и последната спирка е $v_{ср}$ = 17875 m / 22,5 min ≈ 13,2 m/s ≈ 47,7 km/h. **[0,5 т.]**

б) Разстоянието между две станции е L = 17875 m / 13 = 1375 m. **[0,5 т.]**

в) Времето на движение между две станции е $T_{движ} = \frac{22{,}5\min - 12.15s}{13} = 90$ s. **[1 т.]**

г) Времето $T_{уск}$, за което мотрисата от покой достига максималната си скорост, може да се намери от закона за пътя: $L = \frac{1}{2}aT_{уск}^2 + V_{\max}(T_{движ} - 2T_{уск}) + \frac{1}{2}aT_{уск}^2$ **[0,5 т.]**. От друга страна $a = V_{\max}/T_{уск}$ **[0,5 т.]**. Следователно $L = \frac{V_{\max}}{T_{уск}}T_{уск}^2 + V_{\max}(T_{движ} - 2T_{уск}) =$

$L = V_{\max}(T_{движ} - T_{уск})$ **[0,5 т.]**. $T_{уск} = T_{движ} - \frac{L}{V_{\max}} = 90s - \frac{1375m}{90km/h} = 90$ s – 55 s = 35 s. **[0,5 т.]**

д) Ускорението $a = V_{max} / T_{уск} = \frac{25m/s}{35s}$ = 0, 71 m/s^2 **[0,5 т.]**

е) Спирачния път на мотрисата е $L_{спир} = \frac{1}{2}aT_{уск}^2 = \frac{V_{\max}.T_{уск}}{2} = \frac{25m/s.35s}{2} =$ 437,5 m. **[0,5 т.]**

ж) Кинетичната енергия на мотрисата, когато се движи с максималната си скорост, е $E_{кин} = \frac{mV_{\max}^2}{2} = \frac{47000kg.(25m/s)^2}{2}$ ≈ 1,47.10^7 J = 14,7 MJ **[0,5 т.]**

з) Средната мощност, която трябва да има всеки електродвигател на мотрисата, за да осигури нейното ускорително движение, е $P = \frac{1}{4}\frac{A}{T_{уск}} = \frac{1}{4}\frac{E_{кин}}{T_{уск}}$ **[0,5 т.]** $= \frac{1}{4}\frac{14{,}7MJ}{35s} \approx$ 1,05.10^5 W = 105 kW **[0,5 т.]**.

и) Средният ток, който консумира всеки електродвигател на мотрисата по време на нейното ускорително движение, е $I = P/U = 105$ kW / 825 V ≈127 A **[0,5 т.]**

к) Тъй като всяка мотриса се движи в една посока 22,5 min, при почивка на всяка крайна станция за време 7,5 min, мотрисата започва следващия си курс от същата начална станция точно след 60 min **[0,5 т.]**. При движение през интервал от 5 min са нужни 60 min / 5 min = 12 мотриси **[0,5 т.]**.

л) В момента, когато една мотриса (да я наречем М1) тръгва от начална (да я наречем С1) станция, мотриса М2 точно в този момент спира на станция С4, М3 се движи равнозакъснително и й остават 15 s за да спре на С7, М4 се движи равнозакъснително и й остават 30 s за да спре на С10, М5 се движи равномерно и й остават 45 s за да спре на С13, а М6 почива вече 2,5 min на другата крайна станция. Останалите 6 мотриси се движат по същия начин, но в обратна посока **[1,5 т.]**.

м) Внимателното проследяване на една от мотрисите (например М1) показва, че на нито една станция тя няма да е в покой заедно с друга мотриса. Това, разбира се, ще важи и за всички останали мотриси **[0,5 т.]**.

Задача 2. Балони с хелий.

а) В равновесие силите, действащи на балона, се уравновесяват. Силите са две – сила на тежестта и Архимедова сила. Следователно, $\rho_{He}\frac{4}{3}\pi R_{\min}{}^3 g+\rho_{гум}4\pi R_{\min}{}^2 dg=\rho_{air}\frac{4}{3}\pi R_{\min}{}^3 g$ **[1 т.]**. След преобразуване и съкращаване се получава $R_{\min}=\frac{3\rho_{гум}d}{\rho_{air}-\rho_{He}}$ **[1 т.]**. След заместване с дадените стойности $R_{\min}=\frac{3.1039kg/m^3.1.10^{-3}m}{1{,}205kg/m^3-0.1664kg/m^3}=3{,}00$ m **[0,5 т.]**.

б) Масата m_0 на гумираната материя на балона с радиус $R_{\min}$ е $m_0=\rho_{гум}4\pi R_{\min}{}^2 d$ **[0,5 т.]** $=1039kg/m^3.4.\pi.3^2m^2 1.10^{-3}m\approx 118$ kg **[0,5 т.]**.

в) Тъй като сумата на двете сили ще е равна на $F=\rho_{He}\frac{4}{3}\pi R_{\min}{}^3 g+\rho_{гум}4\pi R_{\min}{}^2 dg-\rho_{air}\frac{4}{3}\pi R_{\min}{}^3 g$ $=$ $\frac{4}{3}\pi R^2 g\left[-\left(\rho_{air}-\rho_{He}\right)R+3\rho_{гум}d\right]$ $=$ $\frac{4}{3}\pi R^2 g\left(\rho_{air}-\rho_{He}\right)R\left[\frac{3\rho_{гум}d}{\left(\rho_{air}-\rho_{He}\right)R}-1\right]$, при $R<R_{\min}$, силата ще е насочена надолу и балонът ще пада, а при $R<R_{\min}$ ще се издига **[0,5 т.]**.

г) Нека когато на балон с радиус R като се окачи допълнителна тежест с маса m, той да е в равновесие. Следователно $mg+\rho_{He}\frac{4}{3}\pi R_{\min}{}^3 g+\rho_{гум}4\pi R_{\min}{}^2 dg=\rho_{air}\frac{4}{3}\pi R_{\min}{}^3 g$ **[0,5 т.]**. След преобразуване

$$m=-\rho_{He}\frac{4}{3}\pi R^3-\rho_{гум}4\pi R^2 d+\rho_{air}\frac{4}{3}\pi R^3=4\pi R^2\left[\frac{\left(\rho_{air}-\rho_{He}\right)R}{3}-\rho_{гум}d\right]=$$ **[1 т.]**.

$$4\pi R^2\rho_{гум}d\left[\frac{\left(\rho_{air}-\rho_{He}\right)R}{3\rho_{гум}d}-1\right]=4\pi R^2\rho_{гум}d\frac{R_{\min}{}^2}{R_{\min}{}^2}\left[\frac{\left(\rho_{air}-\rho_{He}\right)R}{3\rho_{гум}d}-1\right]=m_0\frac{R^2}{R_{\min}{}^2}\left[\frac{R}{R_{\min}}-1\right]$$ **[1 т.]**.

От последната формула лесно се смята, че за отношение $R/R_{\min}$, съответно равно на 2, 3, 4 и 5, отношението m/m_0 съответно е равно на 4, 18, 48 и 100 **[1 т.]**.

д) Изпуснатият балон с радиус $NR_{\min}$ и без допълнителна тежест ще достигне такава височина, че там действащите му сили да се уравновесяват. Нека с $\rho_{air}(h)$ бележим плътността на въздуха на височина h. Тогава $\rho_{He}\frac{4}{3}\pi N^3R_{\min}{}^3 g+\rho_{гум}4\pi N^2R_{\min}{}^2 dg=\rho_{air}(h)\frac{4}{3}\pi N^3R_{\min}{}^3 g$. След съкращения и заместване на $R_{\min}$ с резултата от подусловие а), $\rho_{air}(h)=\frac{\rho_{air}+(N-1)\rho_{He}}{N}$ **[1 т.]**. Замествайки с дадените стойности $\rho_{air}(h)=\frac{1{,}205kg/m^3+(2-1)0{,}1664kg/m^3}{2}\approx 0{,}686$ kg/m^3 **[0,5 т.]**. Използвайки дадената графика, определяме, че $h_0\approx 4{,}8$ km **[1 т.]**.

Задача 3. Нагрети топчета върху лед.

а) Цялото количество топлина Q_{Fe}, която едно топче може да отдели, е $Q_{Fe}=c_{Fe}\rho_{Fe}\frac{4}{3}\pi r^3(100^oC-0^oC)$ **[2 т.]**.

б) $Q_{Fe} = \lambda \rho_{ice} \left(\pi r^2 h + \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi r^3 \right)$ **[1 т.]**. Използвайки горното уравнение

$h = \frac{4 c_{Fe} \rho_{Fe} 100^o C r}{3 \lambda \rho_{ice}} - \frac{2}{3} r$ **[2 т.]**.

в) Дълбочината *H*, на която топчето ще се премести надолу в леда, е $H = h + r$ **[0,5 т.]** =

$= \frac{4 c_{Fe} \rho_{Fe} 100^o C r}{3 \lambda \rho_{ice}} + \frac{1}{3} r = = \left(\frac{4 c_{Fe} \rho_{Fe} 100^o C}{\lambda \rho_{ice}} + 1 \right) \frac{r}{3}$ **[0,5 т.]**. Височината *H* е пропорционална на радиуса *r* **[1 т.]**.

г) Замествайки с дадените стойности

$H = \left(\frac{4.475 J/(kg.K).7{,}9.10^3 kg/m^3 100^o C}{3{,}34.10^5 J/kg.0{,}9.10^3 kg/m} + 1 \right) \frac{1.10^{-2} m}{3} \approx$ 0,020 m = 2,0 cm **[3 т.]**.